

<<高等学校教材>>

图书基本信息

书名：<<高等学校教材>>

13位ISBN编号：9787040348439

10位ISBN编号：7040348438

出版时间：2012-6

出版时间：王长群、李梦如 高等教育出版社 (2012-06出版)

作者：王长群，李梦如 编

页数：245

版权说明：本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介，请支持正版图书。

更多资源请访问：<http://www.tushu007.com>

## &lt;&lt;高等学校教材&gt;&gt;

## 内容概要

《高等学校教材：线性代数（第2版）》是一本颇具特色的线性代数教材，先从向量空间入手，将矩阵作为工具贯穿全书，论及线性代数的基本内容，并简要介绍抽象代数的基本概念，强调基础，侧重计算，由浅入深，便于教学。

《高等学校教材：线性代数（第2版）》内容包括：预备知识，向量代数，空间中直线与平面，行列式与克拉默法则，矩阵，线性方程组，特征值，二次型，线性空间，线性变换，抽象代数简介等，其中附录内容是对各章基本内容的补充和深化，用以扩大学生视野。书后还给出了部分习题答案、提示。

《高等学校教材：线性代数（第2版）》可作为高等学校理工科各专业线性代数课程教材，也可作为学生的自学用书。

## 书籍目录

第0章 预备知识 § 0.1复数数域 § 0.2二、三阶行列式 第1章 向量代数、空间中直线与平面 § 1.1 空间直角坐标系 § 1.2向量的概念 § 1.3向量的线性运算 § 1.4向量的数量积、向量积、混合积 § 1.5向量的坐标 § 1.6平面方程 § 1.7直线方程 附录 第2章行列式与克拉默法则 § 2.1行列式的定义 § 2.2行列式性质及计算 § 2.3克拉默法则 附录 第3章矩阵 § 3.1矩阵的概念 § 3.2矩阵的运算 § 3.3逆矩阵 § 3.4矩阵的初等变换与初等矩阵 附录 第4章线性方程组 § 4.1消元法 § 4.2  $n$ 维向量空间与欧氏空间 § 4.3  $P_n$ 中向量的线性相关性 § 4.4 向量组的秩和矩阵的秩 § 4.5线性方程组的有解判定定理 § 4.6线性方程组解的结构 附录线性方程组解理论的应用 第5章特征值 § 5.1特征值与特征向量 § 5.2矩阵的相似 § 5.3 实对称矩阵的相似标准形 § 5.4若尔当标准形简介 第6章二次型 § 6.1二次型及其矩阵表示 § 6.2二次型的标准形 § 6.3二次型的规范形 § 6.4正定二次型与正定矩阵 § 6.5 二次曲线和二次曲面方程的标准化 第7章线性空间 § 7.1线性空间的概念 § 7.2维数、基和坐标 § 7.3子空间 § 7.4和空间与补空间 § 7.5 同构映射 第8章线性变换 § 8.1线性变换及其运算 § 8.2线性变换的矩阵 § 8.3线性变换的值域与核 第9章抽象代数简介 § 9.1群 § 9.2环 § 9.3除环、域 部分习题答案、提示

## 章节摘录

版权页：插图：4.4向量组的秩和矩阵的秩 本节我们讨论向量组的秩和矩阵的秩。

为此先引入一个向量组的最大线性无关组的概念。

定义4.13 设  $A: \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \dots$  是一个由若干个  $n$  维向量组成的向量组,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  是  $A$  的一个部分组, 且 (1)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  线性无关; (2)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  再添上  $A$  中任意一个向量得到的向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \alpha_{r+1}$  线性相关, 则称部分组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  为  $A$  的一个最大线性无关组。

由定理4.5可得关于最大线性无关组的如下定理 (请读者自行证明)。

定理4.7 设  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  是  $A$  的一个部分组, 则  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  是  $A$  的一个最大线性无关组的充要条件是如下条件都成立: (1)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  线性无关; (2)  $A$  中任意一个向量  $\alpha_{r+1}$  都可由  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  线性表出。

注1 条件 (2) 可换成 " $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  与整个向量组  $A$  等价", 请读者证明之。

注2 一个向量组的任意一个最大线性无关组都与原向量组等价。

可以看出,  $n$  维向量空间  $P_n$  的任意一个基都是  $P_n$  的一个最大线性无关组, 特别地, 基本向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

是  $P_n$  的一个最大线性无关组。

利用最大线性无关组的概念可定义  $P_n$  的子空间  $V$  的基就是  $V$  (看成向量组) 的最大线性无关组。

因此,  $V$  的基 (向量组) 与空间  $V$  是等价的。

实际上, 向量组  $A$  的最大线性无关组就是与向量组  $A$  等价且包含向量个数最少的部分组 (参见习题4.4, 第1题)。

因此,  $P_n$  的子空间  $V$  的一个基就是与  $V$  等价的向量组中所含向量个数最少者。

下面定理说明任意一个含有非零向量的向量组都有最大线性无关组。

定理4.8  $n$  维向量组  $A$  的任意一个线性无关组都可以扩充成  $A$  的一个最大线性无关组, 从而任意含有非零向量的向量组都有最大线性无关组。

证明 设  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  为  $A$  的一个线性无关的部分组, 我们可以采取逐个添加的办法去找  $A$  的最大线性无关组。

如果  $A$  中所有向量都可由  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  线性表出, 则  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  就是  $A$  的最大线性无关组。

假设  $\alpha_{s+1}$  为  $A$  中的向量, 且不能由  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  线性表出, 由定理4.4知  $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_s, \alpha_{s+1}$  线性无关。

再用  $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_s, \alpha_{s+1}$  代替  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  重复上述过程讨论, ..... , 如此下去。

由于  $n$  维向量空间  $P_n$  中至多有  $n$  个线性无关的向量, 因此上述步骤终止于有限步, 即至多添加  $n \sim s$  个向量, 就可以把  $\alpha_1, \dots, \alpha_s$  扩充为  $A$  的最大线性无关组。

显然, 一个向量组可以有許多最大线性无关组, 那么它们之间有什么联系呢?

例1 几何空间  $R^2$  (或  $R^3$ ) 中, 任意两个 (三个) 不平行 (不共面) 的向量都是  $R^2$  ( $R^3$ ) 的一个基, 也是最大线性无关组, 容易看出,  $R^2$  ( $R^3$ ) 的任意两个最大线性无关组都可以互相线性表示, 即它们等价。

利用定理4.7的注, 我们知道一向量组的任意一个最大线性无关组都与原向量组等价。

由向量组等价的传递性知, 一个向量组的任意两个最大线性无关组等价, 再由定理4.6' 的推论2知, 它们含有相同个数的向量, 即定理4.9 一个向量组的所有最大线性无关组所含向量个数相同。

定义4.14 一个向量组  $A$  的最大线性无关组中所含向量的个数称为该向量组的秩, 记为  $r(A)$ 。

若向量组  $A$  只含有零向量, 则规定  $A$  的秩为0。

定理4.9表明: 向量组的秩由该向量组唯一确定, 而与最大线性无关组的选取无关。

不难看出,  $\alpha_1, \dots, \alpha_s$  线性无关的充要条件是它的秩与向量个数  $s$  相等; 又若向量组  $A$  的秩为  $r$ , 则向量组  $A$  中任意  $r$  个线性无关的向量所组成的部分向量组都是  $A$  的一个最大线性无关组。

编辑推荐

《高等学校教材:线性代数(第2版)》可作为高等学校理工科各专业线性代数课程教材,也可作为学生的自学用书。

版权说明

本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介，请支持正版图书。

更多资源请访问:<http://www.tushu007.com>